Kapitel 4

Fläche und Umfang

In diesem Kapitel macht sich der Schüler mit den Begriffen Fläche und Umfang vertraut. Wenn er mit den Würfeln arbeitet, beschäftigt er sich nämlich mit dem Volumen (Anzahl der Würfel oder Häuser) und der Seitenfläche (Anzahl der zu vermauernden Wände). In diesem ersten Teil sprechen wir von Häusern und Wänden.

Anschließend müssen die Konstruktionen auf kariertes Papier übertragen werden. Dabei sind die Grundflächen der Konstruktionen zu zeichnen. Nach und nach werden im Zusammenhang mit diesen Zeichnungen die Begriffe „Fläche“ und „Umfang“ eingeführt.

Anmerkung: Das Wort „Fläche“ bezeichnet das Maß für die Ausdehnung einer Oberfläche. Es ist vorzuziehen, das Wort „Fläche“ zu verwenden, das ein Maß bezeichnet, anstatt das Wort „Oberfläche“, das einen Teil eines Objekts bezeichnet. Man kann auch die Temperatur einer Oberfläche, ihre Festigkeit, ihre Rauheit usw. messen.

Material

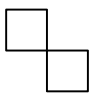
- Centicubes;
- Arbeitsblätter.

Aufgabensituation

Es geht darum, Häuser, also die Würfel, auf einem Grundstück zu platzieren. Dabei sind jedoch bestimmte Regeln zu beachten:

Regel 1: Die Häuser haben immer nur ein Stockwerk, daher dürfen die Würfel nicht übereinander gestapelt werden.
Regel 2: Jedes Haus muss mindestens ein anderes berühren.
Regel 3: Bei einer Lösung müssen alle Häuser in einer Gruppe zusammengefasst sein. Die Konstruktion darf nicht in zwei oder drei Gruppen aufgeteilt werden.

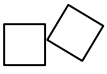
Hier sind einige Beispiele für Konstruktionen mit ihren Beschreibungen. Zeigen Sie diese Beispiele nicht, sie dienen Ihnen dazu, die Antworten Ihres Kindes zu bewerten. Außerdem fördert das Zeigen dieser Beispiele nicht die Kreativität.



2 Häuser und 8 Mauern zum Vermauern



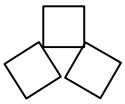
2 Häuser und 6 Mauern zum Vermauern, da nur die Außenwände vermauert werden müssen.



2 Häuser und 8 zu vermauernde Wände.



2 Häuser und 7 Mauern zum Vermauern. Eine der Mauern besteht aus zwei Halbwänden. Für diese Konstruktion wird genau die Anzahl an Ziegeln benötigt, die zum Vermauern von 7 Mauern erforderlich ist.



3 Häuser und 12 Wände, die gemauert werden müssen. Die Häuser umgeben einen dreieckigen Innenhof. Es gibt einen inneren und einen äußeren Umfang.

Aufgabe 1

Zeigen Sie Ihrem Kind einen Würfel. Legen Sie ihn auf den Tisch und sagen Sie ihm, dass Sie so tun werden, als wäre es ein Haus. Wie viele Außenwände hat dieses Haus? (4)

Vereinbaren Sie, dass Sie herausfinden müssen, wie viele Ziegel benötigt werden, um die Wände der Häuser zu verkleiden. Man geht davon aus, dass alle vollständigen Wände (eine Seite des Würfels) genau die gleiche Menge an Ziegeln erfordern, sagen wir 1 Packung Ziegel pro Wand.

Legen Sie zwei Würfel auf den Tisch, ohne dass sie sich berühren. Sagen Sie zu Ihrem Kind: „Hier sind zwei Häuser. Wie viele Päckchen Bausteine braucht man, um alle Wände zu bedecken?“ (8 Päckchen.)

Sagen Sie Ihrem Kind, dass man diese Häuser so anordnen kann, dass man nur 6 Packungen Bausteine braucht, um alle Wände zu bedecken. Wie ist das möglich? (Lösung: Es handelt sich um das zweite Beispiel, das weiter oben dargestellt ist.)

Aufgabe 2

Vereinbaren Sie mit Ihrem Kind die drei oben genannten Regeln.

Bitten Sie es, zwei Häuser (zwei Würfel) so zu platzieren, dass 8 Pakete Ziegelsteine benötigt werden und die 3 Regeln eingehalten werden. (Lösung: Siehe das erste Beispiel oben.)

Aufgabe 3

Bitten Sie Ihr Kind, herauszufinden, wie man 3 Häuser so anordnet, dass möglichst wenige Wände verputzt werden müssen. (Lösung: Man benötigt 8 Pakete Ziegel, und es gibt zwei völlig unterschiedliche Lösungen.)

Aufgabe 4

Und wie müssen 3 Häuser angeordnet werden, damit möglichst viele Bausteine verbraucht werden? (Lösung: Es werden 12 Pakete Bausteine benötigt, und es gibt zahlreiche ganz unterschiedliche Lösungen.)

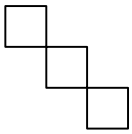
Aufgabe 5

Kann man 3 Häuser so anordnen, dass alle Außenwände mit genau:

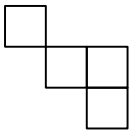
- 10 Paketen? (Ja)
- 9 Pakete? (Ja – inspiriert vom 4. Beispiel.)
- 11 Pakete? (Ja – inspiriert vom 4. Beispiel.)

Aufgabe 6

Stellen Sie 3 Würfel wie folgt treppenförmig auf.



Fragen Sie Ihr Kind, wie viele Ziegelpakete für diese Konstruktion benötigt werden. (12) Bitten Sie es anschließend, ein weiteres Haus hinzuzufügen, sodass 12 Pakete ausreichen, um alle Wände zu verlegen.

Mögliche Lösung 

Aufgabe 7

Nehmen Sie die ursprüngliche Konstruktion aus der vorherigen Aufgabe wieder auf und bitten Sie Ihr Kind, Häuser hinzuzufügen, sodass jedes Mal insgesamt immer 12 Päckchen Bausteine benötigt werden. (Lösung: Tatsächlich kann man 6 weitere Würfel hinzufügen. Am Ende erhält man ein Quadrat aus 9 Würfeln.)

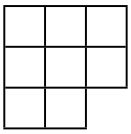
Aufgabe 8

Wieder mit der ursprünglichen Konstruktion aus 3 Würfeln aus Aufgabe 6. Man muss einen Würfel hinzufügen, damit:

- es 14 Päckchen Bausteine benötigt (Es gibt vier Lösungen.)
- damit 16 Päckchen Ziegelsteine benötigt werden (Es gibt

8 Lösungen.) Aufgabe 9

Erstelle mit 8 Häusern die folgende Konstruktion.



Ausgehend von dieser Konstruktion muss jedes Mal ein Haus verschoben werden, damit die Anzahl der benötigten Ziegelstapel:

- gleich bleibt (3 Lösungen.)
- sich um zwei erhöht (etwa fünfzig Lösungen.)
- um vier zunimmt (etwa vierzig Lösungen)
- um eins zunimmt (unmöglich)
- sich maximal erhöht (Man kann 8 zusätzliche Pakete erhalten, indem man den Würfel aus der Mitte nach außen an die Spitze einer Ecke versetzt.)

Aufgabe 10

Nehmen Sie die ursprüngliche Abbildung aus Aufgabe 9 wieder auf. Diesmal muss ein Würfel entfernt werden, damit die Anzahl der Ziegelstapel:

- gleich bleibt (5 Lösungen.)
- um zwei zunimmt (2 Lösungen.)
- um eins zunimmt (unmöglich)
- um vier zunimmt (eine Lösung)

Verteilen Sie nun die Arbeitsblätter. Bei allen Aufgaben auf diesen Arbeitsblättern müssen die Würfel immer genau ein Quadrat des Rasters bedecken. Es gibt also keine halben Mauern.

In diesen Arbeitsblättern werden die Fußböden jedes Hauses gezeichnet. Zunächst sprechen wir über die Anzahl der Stockwerke (entspricht der bisherigen Anzahl an Häusern) und die Anzahl der Wände (entspricht der Anzahl der Ziegelpakete). Anschließend sprechen wir über den Umfang (Wände) in Zentimetern und die Fläche (Häuser) in Quadratzentimetern (Quadrate mit einer Seitenlänge von einem Zentimeter).

Lösungen zu einigen Aufgaben auf den Arbeitsblättern:

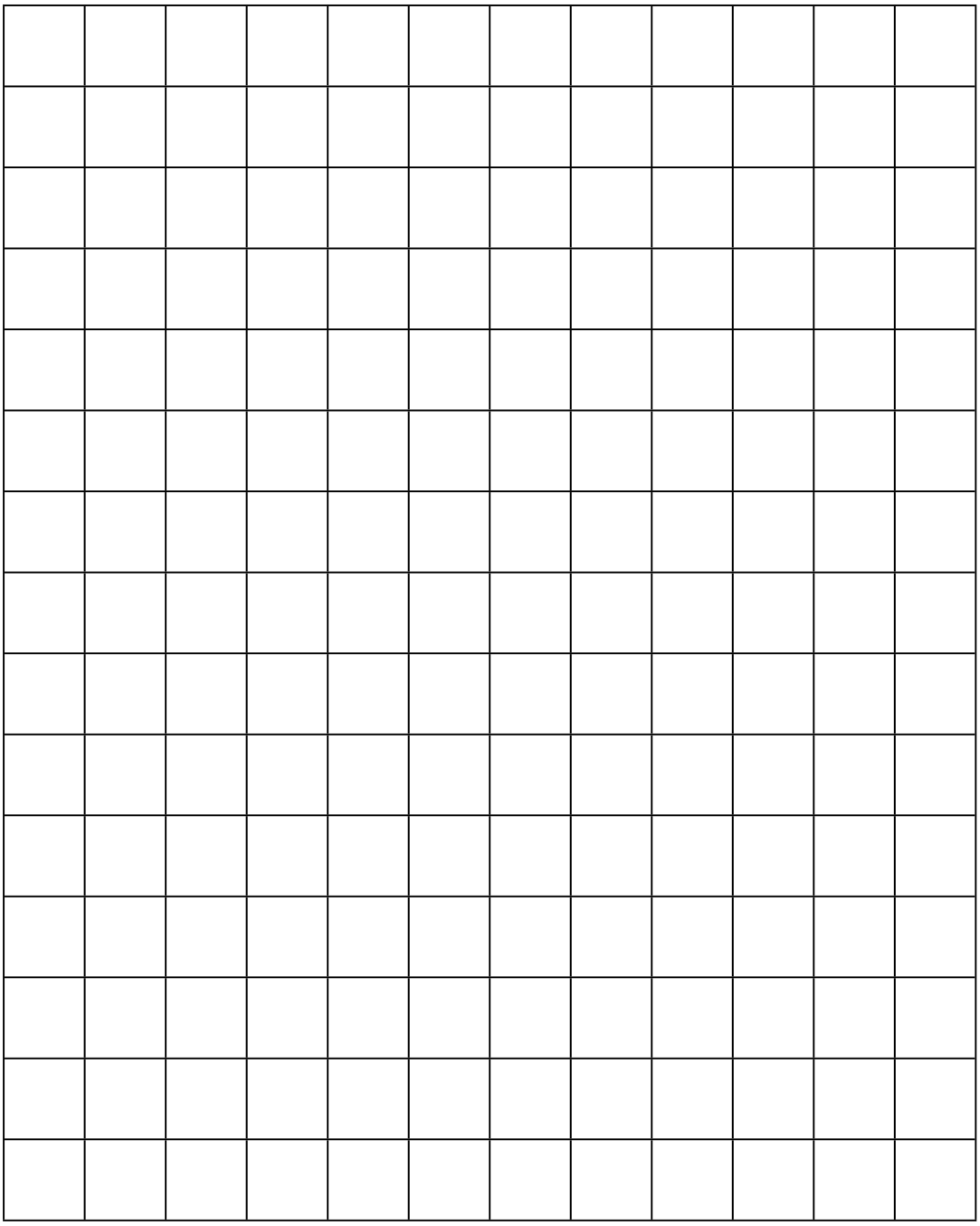
Arbeitsblatt 3: Es ist unmöglich, eine Konstruktion mit einem Umfang von 13 cm zu erhalten, wenn die Seiten der Würfel entlang der Linien des Rasters verlaufen.

Arbeitsblatt 5: Die erste Aufgabe hat keine Lösung.

Arbeitsbla

tt 1

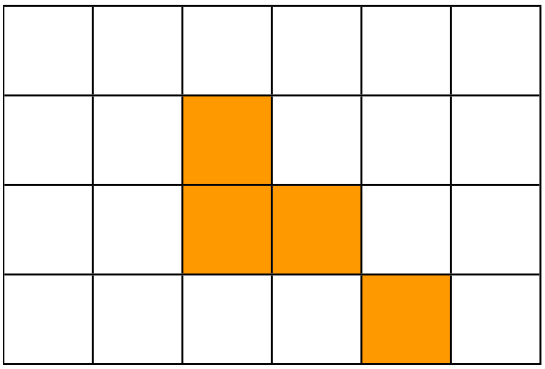
Nimm drei Würfel und baue alle möglichen Konstruktionen, indem du die Würfel auf die Felder des folgenden Rasters legst. Achte darauf, dass die Seiten der Würfel mit den Linien des Rasters übereinstimmen.



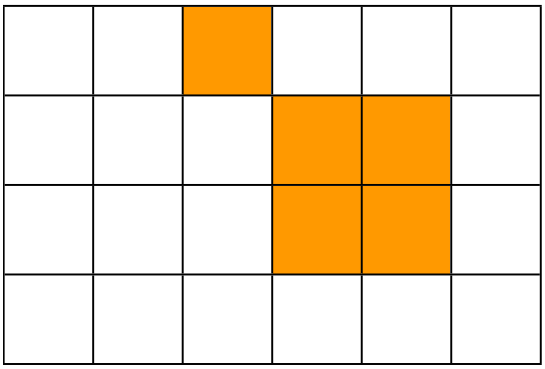
Arbeitsbla

tt 2

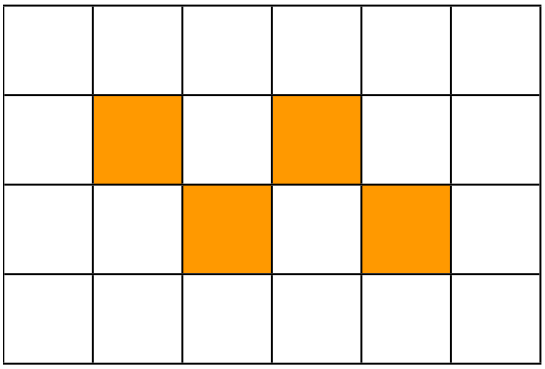
Als „Umfang“ bezeichnet man die Länge der Kanten dieser Konstruktionen. Manchmal gibt es nur einen Außenumfang, manchmal auch einen Innenumfang. Bestimme für jede Konstruktion den Gesamtumfang in Zentimetern. Von einer Ecke eines Würfels zu einer benachbarten Ecke desselben Würfels ist es ein Zentimeter.



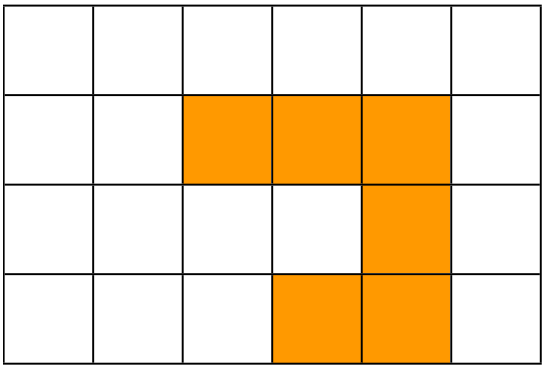
Umfang:



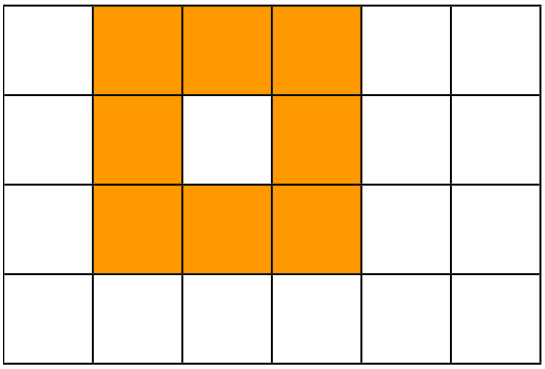
Umfang:



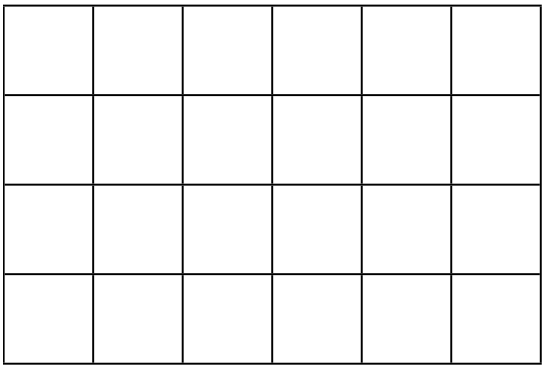
Umfang:



Umfang:



Umfang:



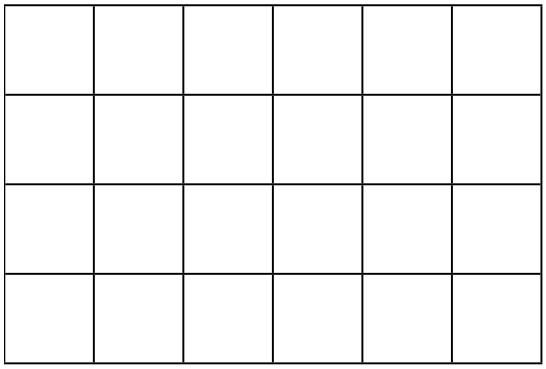
Umfang:

Erstelle einen Grundriss. Umfang:

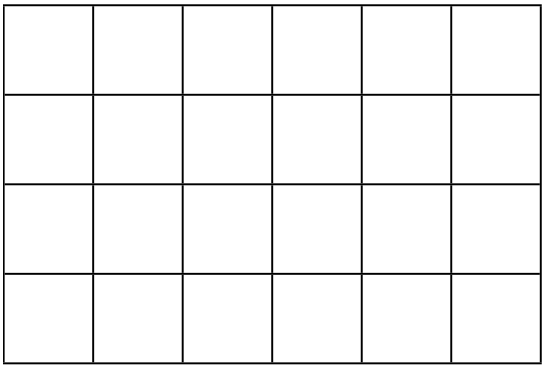
Arbeitsbla

tt 3

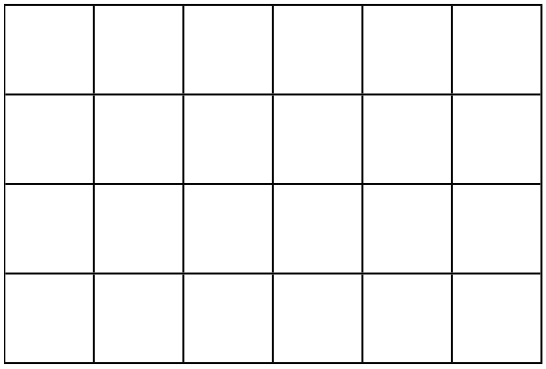
Baue mit deinen Würfeln die geforderten Konstruktionen, bevor du sie auf das Raster zeichnest. Nimm jedes Mal 4 Würfel.



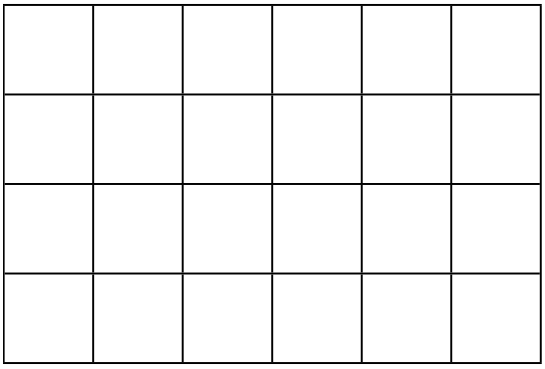
Umfang: 16 cm



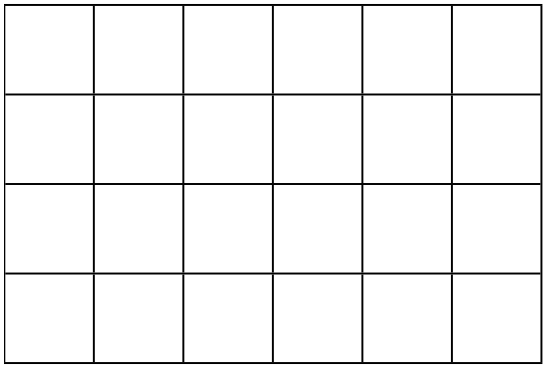
Umfang: 8 cm



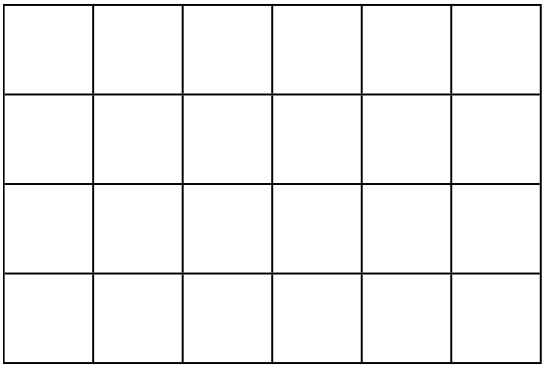
Umfang: 12 cm



Umfang: 14 cm



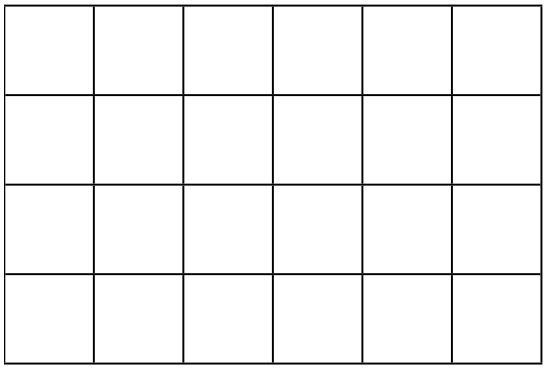
Umfang: 13 cm



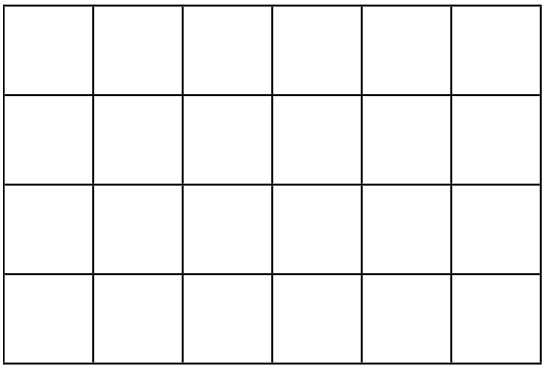
Umfang: 10 cm

Blatt 4

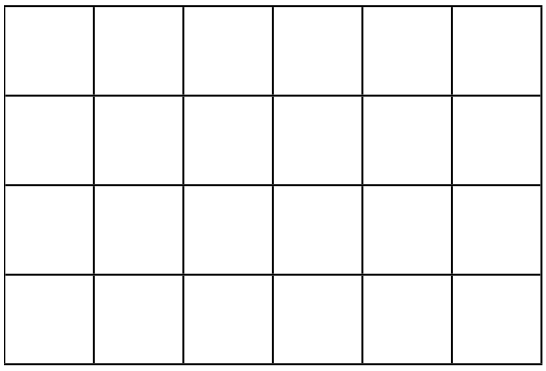
Jedes Quadrat misst einen Quadratzentimeter, da es ein Quadrat mit einer Seitenlänge von einem Zentimeter ist. Die Fläche einer Figur ist die Größe ihres inneren Bereichs. Es ist die Größe des farbigen Teils deiner Konstruktionen. Baue mit deinen Würfeln Konstruktionen, die den folgenden Vorgaben entsprechen, und zeichne diese Konstruktionen anschließend auf.



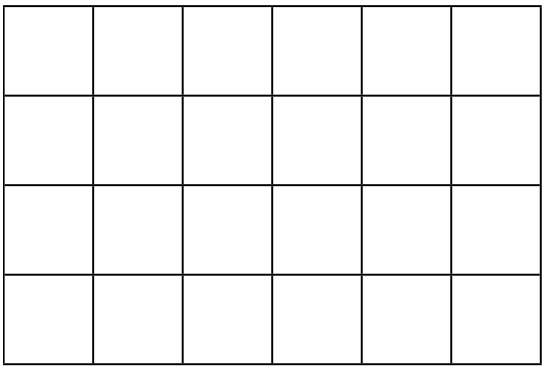
Fläche: 4 cm² Umfang: 16 cm



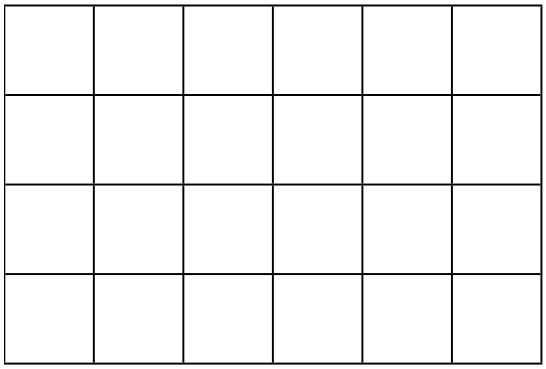
Fläche: 5 cm² Umfang: 18 cm



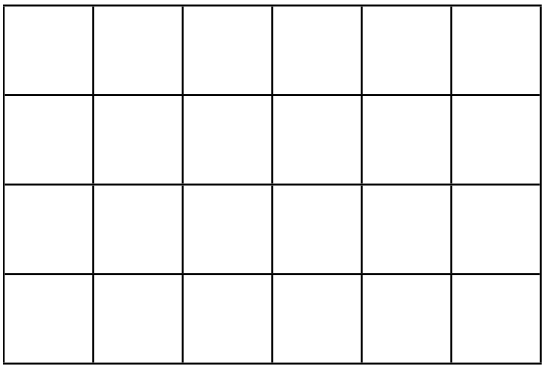
Fläche: 5 cm² Umfang: 16 cm



Fläche: 5 cm² Umfang: 12 cm



Fläche: 6 cm² Umfang: 10 cm

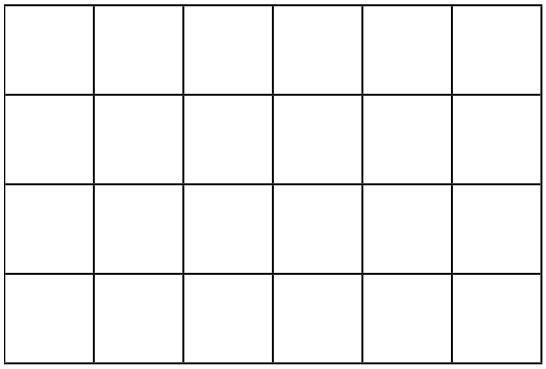


Fläche: 6 cm² Umfang: 18 cm

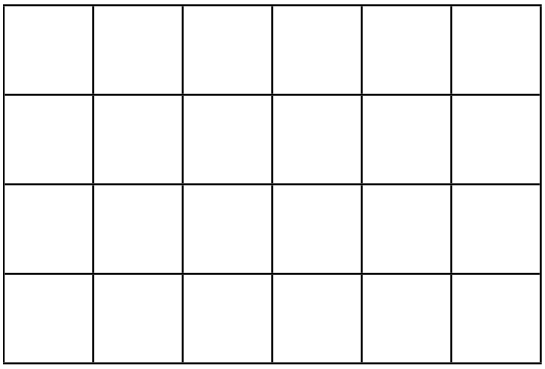
Arbeitsbla

tt 5

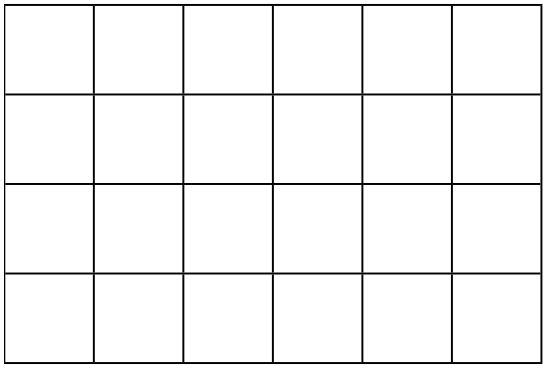
Baue mit deinen Würfeln die geforderten Modelle und zeichne sie anschließend auf. Der Umfang jedes Modells muss 12 Zentimeter betragen.



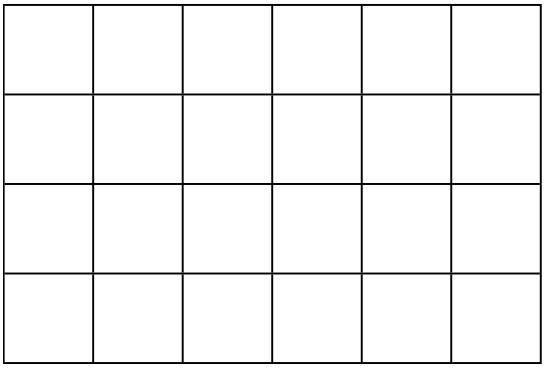
Fläche: 2 cm²



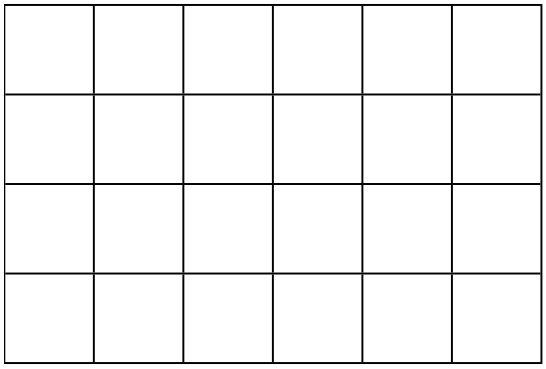
Fläche: 4 cm²



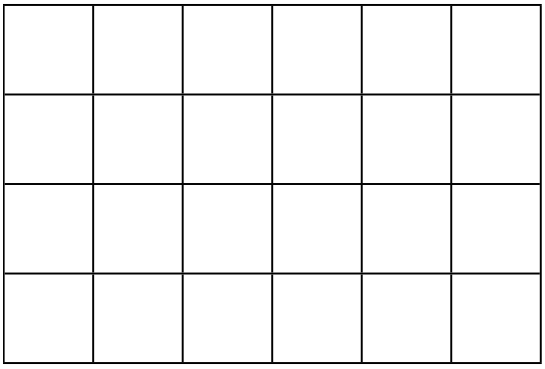
Fläche: 5 cm²



Fläche: 6 cm²



Fläche: 9 cm²



Fläche: 8 cm²

Arbeitsbla

tt 6

Zeichne in diesem Raster alle verschiedenen rechteckigen Konstruktionen ein, die du erhältst, wenn du jeweils 16 Würfel verwendest.

