

Kapitel 2

Mengen vergleichen

Material:

- Lineale (Kaffeestäbchen unterschiedlicher Länge, siehe Anhang I);
- Spielsteine;
- Kartonstreifen à 1 dm²;
- Spielkarten, Würfel oder Dominosteine.

In diesem Kapitel macht sich der Schüler mit Zahlen vertraut, indem er diskrete und kontinuierliche Mengen vergleicht.

Diskrete Menge – Bezieht sich auf Mengen von Objekten, die man ausschließlich mit ganzen Zahlen zählen kann. Beispiele: 5 Spielsteine, 6 Personen, 3 Bälle...

Kontinuierliche Menge – Bezieht sich auf das Messen. Der Begriff „kontinuierlich“ im Gegensatz zu „diskret“ oder „diskontinuierlich“ bedeutet, dass es zwischen zwei Zahlen keinen Bruch oder Sprung gibt. Beim Messen springt man nicht auf einen Schlag von 5 Uhr auf 6 Uhr; dazwischen gibt es unendlich viele Möglichkeiten, die durch Brüche ausgedrückt werden können. Beispiel: 5 ½ Stunden, 3,25 Zentimeter, 2,4 Liter. Dies ist bei einer diskreten Menge nicht der Fall, bei der wir 3 oder 4 Luftballons haben.

Es wird empfohlen, das gesamte Kapitel durchzulesen, bevor Sie mit den Übungen mit dem Schüler beginnen. Dies gibt Ihnen Sicherheit und kann Ihnen helfen, bestimmte Fehler oder Schwierigkeiten zu vermeiden.

Aufgabe 1

Legen Sie die Lineale in zufälliger Reihenfolge vor dem Schüler aus. Wählen Sie das 4 Zentimeter lange Lineal aus. Zeigen Sie es dem Schüler, indem Sie es aufrecht auf den Arbeitstisch stellen. Sagen Sie ihm, dass Sie so tun werden, als würde dieses Lineal ein mehrstöckiges Gebäude darstellen (geben Sie die Anzahl der Stockwerke nicht an). Bitten Sie ihn, ein anderes Lineal zu finden, das ein höheres Gebäude als das erste darstellen könnte. Ermutigen Sie den Schüler, zu beweisen, dass sein Lineal ein höheres Gebäude darstellen kann.

Legen Sie dann das ausgewählte Stäbchen etwas abseits rechts auf den Tisch.

Bitten Sie den Schüler nun, ein Stäbchen zu finden, das ein Gebäude darstellen kann, das niedriger ist als das erste. Bitten Sie ihn, seine Wahl zu überprüfen und Ihnen zu erklären.

Legen Sie dieses neue Stäbchen separat links auf den Tisch.

„Jetzt suchst du alle Stäbchen heraus, die kleinere Gebäude als meines darstellen können, und legst sie hier links neben das, das du bereits gefunden hast.“

Lassen Sie ihn seine Auswahl treffen und überprüfen. Machen Sie sich keine Sorgen, wenn er eine Möglichkeit übersieht, aber achten Sie darauf, dass er seine Auswahl sorgfältig überprüft.

„Jetzt überprüfst du, ob die anderen Stäbchen Gebäude darstellen können, die größer sind als meines. Wenn ja, legst du sie rechts neben das Stäbchen, das du bereits gefunden hast.“

Wenn der Schüler die Stäbchen in zwei Gruppen sortiert hat, bitten Sie ihn, in jeder Gruppe das Stäbchen zu suchen, das Folgendes darstellen würde:

- a) das kleinste Gebäude;

b) das größte Gebäude.

Lassen Sie den Schüler seine Auswahl treffen und überprüfen. Nehmen Sie dann ein Stäbchen, das längste aus dem rechten Stapel, das nicht das vom Schüler ausgewählte ist.

„Kannst du überprüfen, welches von dem, das du ausgewählt hast, und diesem hier das höchste Gebäude darstellt?“

Aufgabe 2

Nehmen Sie alle Stäbchen und erklären Sie, dass man diesmal so tun soll, als würden die Stäbchen Straßen darstellen.

Bitten Sie den Schüler, Ihnen das Stäbchen zu geben, das die kürzeste Straße darstellt. Legen Sie das ausgewählte Stäbchen auf den Tisch zwischen sich und den Schüler, auch wenn es nicht das kürzeste ist.

„Und jetzt suche das Stäbchen, das die Straße darstellt, die gerade ein bisschen länger ist als deine Straße.“

Fahren Sie so fort, bis alle Stäbchen ausgewählt wurden. Wenn sich der Schüler irrt und ein Stäbchen zu früh auswählt, machen Sie weiter, ohne dass er diese Wahl ändert. Irgendwann wird er seinen Fehler bemerken oder am Ende ein oder mehrere Stäbchen übrig haben, die er übersehen hat. Nimm in diesem Fall diese Stäbchen nacheinander und bitte ihn, dir zu zeigen, welche Stäbchen kürzer sind.

Jedes vom Schüler übergebene Stäbchen wird parallel zum vorherigen platziert. Zeigen Sie dem Schüler, wo er jedes Stäbchen platzieren soll, bestehen Sie jedoch nicht darauf, dass er die Enden der Stäbchen aneinander anlegt. Das könnte ihm zwar helfen und Fehler vermeiden, aber er muss dies nun oder später selbst herausfinden.



Aufgabe 3

Nehmen Sie drei Stäbchen: das 2 cm lange, das 5 cm lange und das 8 cm lange. Sagen Sie dem Schüler, dass Sie so tun werden, als würden diese Stäbchen drei Waggon eines Zuges darstellen. Sie müssen sie also in einer bestimmten Reihenfolge hintereinander anordnen.

Bitten Sie den Schüler, die folgenden Züge zu bilden:

- a) Der längste Waggon muss zwischen den beiden anderen liegen (zwei Lösungen sind möglich: 2 cm, 8 cm, 5 cm und 5 cm, 8 cm, 2 cm);

Hinweis: Zeichnen Sie jede vom Schüler gefundene Lösung auf ein Blatt Papier, damit er sich daran erinnert, was er bereits gemacht hat. Es reicht aus, drei Striche aneinanderzureihen, deren Längen denen der Lineale ähneln. Beispiel:

— — — — —

- b) der längste Waggon vorne, der kürzeste hinten (eine Lösung);
 c) der in der Mitte ist kürzer als der rechte (drei Lösungen);

Hinweis: Erinnern Sie den Schüler bei Bedarf daran, wo sich seine rechte und seine linke Seite befinden.

- d) Der längste befindet sich rechts, der kürzeste in der Mitte (eine Lösung);

Hinweis: Es ist gut möglich, dass der Schüler nur eine Angabe berücksichtigt. Erinnern Sie ihn in diesem Fall an die übersehene Angabe. Beispiel: „Du hast den kürzesten in der Mitte platziert. Das ist sehr gut, aber der längste muss auch rechts stehen“ ...

„Okay, diesmal ist das längere rechts, aber das kürzere muss in der Mitte sein“ ... Denken Sie daran, dass es für ein Kind unter acht Jahren schwierig ist, zwei Anweisungen gleichzeitig zu koordinieren. Seien Sie daher geduldig.

- e) Das kürzeste ist weder links noch in der Mitte (zwei Lösungen);
 f) der längste ist rechts, der kürzeste ist nicht in der Mitte (eine Lösung);
 g) die drei Waggon sind nach Größe geordnet (zwei Lösungen);
 h) der längste befindet sich nicht in der Mitte (vier Lösungen);
 i) der in der Mitte ist der kürzeste und der linke ist länger als die beiden anderen Wagen, die aneinander gereiht sind (eine Lösung – schwierige Aufgabe);
 j) der linke Waggon ist viel kürzer als der mittlere und etwas kürzer als der rechte (eine Lösung – schwierige Aufgabe).

Aufgabe 4

Diesmal stellen die Stäbchen Schokoladentafeln dar. Nehmen Sie das längste Stäbchen. Bitten Sie den Schüler, zwei Stäbchen auszuwählen, die genau das darstellen, was man erhält, wenn man diese Schokoladentafel in zwei Teile schneidet.

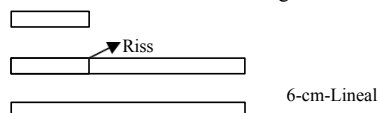
Behalten Sie jede Lösung bei, bis alle vier Lösungen gefunden wurden. Am Ende bleibt also ein Stäbchen übrig, das 5 Zentimeter misst.

Wiederholen Sie den Vorgang mit dem 7 Zentimeter langen Lineal.

Aufgabe 5

Nehmen Sie einen Papierstreifen, der dieselbe Länge und Breite wie das 6-cm-Lineal hat.

Legen Sie den Papierstreifen auf das 6-cm-Lineal. Legen Sie das 2-cm-Lineal auf diesen Papierstreifen.



Reißen Sie vor den Augen des Kindes den Papierstreifen am Ende des 2-cm-Lineals ab. Verstecken Sie den 4-cm-Papierstreifen und bitten Sie den Schüler, ein Lineal zu finden, das genauso lang ist wie der versteckte Papierstreifen. Lassen Sie ihn mit dem gesamten Material hantieren, außer mit dem 4-cm-Papierstreifen.

Wenn er seine Wahl getroffen hat, geben Sie ihm den 4-cm-Papierstreifen zurück, damit er seine Wahl überprüfen und gegebenenfalls korrigieren kann.

Wiederholen Sie diese Übung mit den Linealen von:

- a) 8 cm und 3 cm;
 b) 10 cm und 4 cm;
 c) 6 cm und 3 cm;

Hinweis: Bei der letzten Aufgabe muss das 3-cm-Lineal zweimal verwendet werden. Das ist nicht ganz einfach. Lassen Sie ihn selbst nachdenken, überprüfen und zu einem Ergebnis kommen.

Aufgabe 6

Hinweis: Die Aufgaben 6 bis 11 ähneln den Aufgaben 1 bis 5, befassen sich jedoch mit diskreten Mengen. Sie bieten dem Schüler eine zweite Gelegenheit, dieselben Konzepte wie zuvor zu vertiefen.

Nehmen Sie zwölf Spielsteine und drei Kartonstücke mit den Maßen $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$.

Legen Sie die Kartonstücke nebeneinander und geben Sie die Spielsteine dem Schüler.

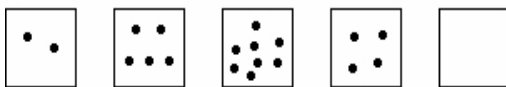
Sagen Sie ihm, dass die Pappkartons Häuser darstellen, in denen 12 Personen leben. Wir tun so, als wären die Spielsteine diese Personen.

„Du musst die Spielsteine auf die Kartonstücke legen, um zu zeigen, wo sich die Personen befinden.“

- a) Im mittleren Haus sind mehr Personen als im linken und weniger als im rechten. (Zwölf Lösungen, davon fünf, bei denen sich keine Person im linken Haus befindet. Der Schüler soll mindestens vier davon finden. Falls ihm keine Lösung einfällt, bei der links niemand ist, schlagen Sie eine vor und bitten Sie ihn, eine ähnliche zu finden.)
- b) Links sind zwei Personen, in der Mitte etwas mehr und rechts noch etwas mehr. (Zwei Lösungen)
- c) In der Mitte befinden sich mehr Personen als in den beiden anderen Häusern zusammen. (Einundzwanzig Lösungen – Der Schüler muss nicht alle diese Lösungen finden, aber stellen Sie sicher, dass er mindestens fünf findet. Vergessen Sie nicht, die gefundenen Lösungen zu zeichnen.)
- d) Links sind die wenigsten Personen, rechts sind die meisten. (Zwölf Lösungen, wenn die Grenzfälle wie 0, 6, 6 ausgeschlossen werden.)
- e) Stelle sechs Personen in die Mitte, etwas weniger auf die linke Seite und deutlich weniger auf die rechte Seite. (Zwei Lösungen)
- f) Rechts sind drei Personen, und in der Mitte ist eine Person mehr als links. (Eine Lösung – Schwierig)
- g) In der Mitte sind sieben Personen und links fünf weniger (das sind deutlich weniger). (Eine Lösung – Sehr schwierig)

Aufgabe 7

Verwende diesmal die fünf Kartons mit den Maßen $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ und 19 Spielsteine. Die Kartons sind Teller, auf die die 19 Pralinen wie folgt verteilt werden:



Der Schüler soll eine Hand auf den Teller legen, der

- a) die meisten Pralinen enthält (Eine Lösung);

Hinweis: Wenn der Schüler einen anderen Teller als den mit den 8 Pralinen zeigt, sagen Sie ihm, er solle einen Teller zeigen, auf dem noch mehr liegen, und so weiter, bis er zu dem Teller gelangt, auf dem 8 Pralinen liegen. Sagen Sie dann: „Ja, das ist der Teller, auf dem **die meisten** liegen.“

Tatsächlich glauben viele Kinder, dass alles, was über zwei hinausgeht, „mehr“ ist. Das oben Beschriebene hilft ihnen, die Bedeutung des Ausdrucks „am meisten“ zu verstehen.

- b) mehr als zwei, aber weniger als acht (zwei Lösungen);
- c) etwas weniger als fünf Pralinen (drei Lösungen, je nach Bedeutung von „etwas“);
- d) die wenigsten Pralinen (eine Lösung);

Hinweis: Wenn der Schüler den leeren Teller nicht wählt, fragen Sie ihn, wo noch weniger darauf liegen. Tatsächlich ist es normal, dass der Schüler den leeren Teller außer Acht lässt, da er denkt, dass mindestens ein Schokoladenstückchen darauf liegen muss. Weisen Sie ihn darauf hin, dass man, wenn man nichts isst, weniger isst als wenn man auch nur ein einziges Schokoladenstückchen isst.

- e) viel weniger Schokolade als 8 (vier Lösungen, je nachdem, wie „viel weniger“ interpretiert wird);
- f) zwei Pralinen mehr als auf dem ersten (dem linken) Teller (eine Lösung – schwierig);

Hinweis: Sagen Sie dem Schüler bei Bedarf, dass es der Teller ist, auf dem genauso viele liegen wie auf dem ersten, aber mit zwei weiteren, also mit zwei mehr.

- g) drei Pralinen weniger als auf dem mittleren Teller (Eine Lösung – Schwierig);

Hinweis: Erklären Sie dem Schüler bei Bedarf, dass es so ist, als würde man drei Pralinen vom mittleren Teller wegnehmen.

- h) weder mehr noch weniger als vier Pralinen (eine Lösung);
- i) mehr als fünf Pralinen, aber weniger als acht (keine Lösung);
- j) mehr Pralinen als auf dem zweiten Teller (eine Lösung);
- k) die Hälfte dessen, was sich auf dem vierten Teller befindet (eine Lösung – schwierig).

Hinweis: Erklären Sie dem Schüler bei Bedarf, dass er genau diese Menge erhalten würde, wenn er die Pralinen vom vierten Teller mit Ihnen teilen würde, damit Sie beide zufrieden sind.

Aufgabe 8

Geben Sie dem Schüler vier Spielsteine und zeigen Sie ihm, dass Sie selbst auch vier nehmen. Legen Sie Ihre vier Spielsteine in Ihre gefalteten Hände und teilen Sie sie dann so auf, dass Sie einen Spielstein in der einen Hand und drei in der anderen behalten. Sorgen Sie dafür, dass der Schüler versteht, was Sie getan haben, ohne zu wissen, wie viele Spielsteine sich in jeder Hand befinden. Fragen Sie ihn, wie viele Spielsteine sich in jeder Hand befinden. Wenn er die richtige Antwort findet, fragen Sie ihn, ob es möglich gewesen wäre, eine andere Aufteilung vorzunehmen. Kann er die fünf Möglichkeiten finden?

Hinweis: Es kann sein, dass er die Aufteilungen 0, 4 und 4, 0 nicht erwähnt. Sollte dies der Fall sein, wiederholen Sie die Übung, indem Sie eine dieser Aufteilungen vornehmen, und bitten Sie ihn, herauszufinden, wo sich die vier Spielsteine befinden. Lassen Sie ihn eine mögliche Lösung nennen, dann eine weitere. Wenn er es nicht herausgefunden hat, zeigen Sie ihm den Inhalt Ihrer Hände.

Oft schlagen Schüler keine Lösung wie 0, 4 oder 4, 0 vor, weil sie glauben, dass in jeder Hand mindestens ein Spielstein sein muss. Diese Aufgabe ermöglicht es dem Schüler zu erkennen, dass eine solche Lösung möglich ist.

Aufgabe 9

Gehen Sie wie bei der vorherigen Aufgabe vor, nehmen Sie jedoch zunächst 5, dann 6 und schließlich 3 Spielsteine. Zeichnen Sie jede vom Schüler vorgeschlagene Lösung auf. Bitten Sie ihn, sich zu vergewissern, dass er alle möglichen Lösungen gefunden hat, bevor Sie ihm den Inhalt Ihrer Hände zeigen.

Hinweis: Lassen Sie ihn seine Lösungen auf seine eigene Weise vorschlagen; versuchen Sie nicht, ihm eine Strategie vorzuschlagen, mit der er keine Lösung übersieht. Ein solcher Versuch hilft dem Schüler nicht; er führt zwar zu den richtigen Antworten, behindert aber die Entwicklung des hier angestrebten Konzepts.

Aufgabe 10

Nehmen Sie sieben Spielsteine und verstecken Sie diese in Ihren Händen gemäß der Aufteilung (2, 5), wie in den vorherigen Aufgaben. Sagen Sie dem Schüler, dass er auf Anhieb herausfinden soll, wie viele Spielsteine sich in Ihrer rechten Hand befinden (diejenige, in die Sie 5 gelegt haben).

Hinweis: Wenn er die vorherigen Aufgaben gut verstanden hat, sollte er zögern. Wenn er eine Antwort gibt, fragen Sie ihn, ob er sich sicher ist.

Wenn der Schüler zögert, wie es der Fall sein sollte, und Ihnen eine Antwort gibt, von der er überzeugt ist, öffnen Sie Ihre linke Hand und zeigen Sie ihm die beiden Spielsteine, die sich darin befinden. Sagen Sie ihm, dass Sie ihm diese Spielsteine ruhig zeigen können, da nur die in der anderen Hand versteckten Spielsteine geheim sind.

Fordern Sie ihn auf, ebenfalls sieben Spielsteine zu nehmen, um seine Antwort zu finden oder zu beweisen. Zeigen Sie ihm anschließend den Inhalt Ihrer rechten Hand.

Anmerkung: Es ist sicherlich noch nicht an der Zeit, die Additions- und Subtraktionstabeln auswendig lernen zu lassen. Vorerst macht sich der Schüler mit dem Konzept der Addition und Subtraktion vertraut und versucht, verschiedene mentale Vorstellungen davon zu entwickeln.

Aufgabe 11

Gehen Sie wie in der vorherigen Aufgabe vor und teilen Sie:

- a) 6 Spielsteine in 2 und 4 (Zeigen Sie anschließend die 4 Spielsteine);
- b) 3 Spielsteine in 0 und 3 (Zeigen Sie 3 Spielsteine);
- c) 5 Spielsteine in 4 und 1 (Zeigen Sie 1 Spielstein);
- d) 8 Spielsteine in 4 und 4 (Zeigen Sie 4 Spielsteine);

Wenn der Schüler die Aufgabe gut bewältigt, brauchen Sie nicht weiterzumachen. Andernfalls fügen Sie drei oder vier ähnliche Aufgaben hinzu, nicht mehr.

Aufgabe 12

Bitten Sie den Schüler, Ihnen in den nächsten Wochen – außerhalb der Zeit, die Sie für Mathematik aufwenden – alles zu zeigen, was ihn an eine von Ihnen gewählte Zahl erinnert.

Beginnen Sie als Beispiel mit der Zahl zwei. Sagen Sie ihm, dass diese Zahl Sie an Ihre Augen, an seine Arme, an seine Freunde Julie und Marc, an die Türen Ihres Hauses erinnert ... Fragen Sie ihn, woran ihn die Zahl zwei erinnert.

An einem anderen Tag wiederholen Sie dieselbe Übung mit der Zahl drei, an einem weiteren Tag mit der Zahl eins und so weiter mit den Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5 und 6, ohne dabei diese Reihenfolge einzuhalten.